**場合の数／階段の登り方**

|  |  |
| --- | --- |
| 学年 | 小学6年生 |
| 教科等 | 算数 |
| 著作・制作者 | Benesse Corporation明星学苑　明星小学校 |
| 使用教材 |  |

学習活動の概要

* 単元や題材などの目標

学習活動

階段の登り方が1段ずつと2段ずつであるとき、階段の段数によって、登り方の場合の数がどう変化するのかを、帰納的に見出す。少ない段数について、場合の数を数える方法を、自分なりの表現でノートに書き出すことを通じて、きまりを見つける。多い段数についても、そのきまりが成り立つのかどうか、考えをプログラミングしたアプリを使って、確かめる。さらに、同じ考え方を用いれば、階段の登り方が、1，2，3段ずつの場合にも求められるのではないか、と発展的に考えようとする態度を育てる。

目標

・階段の登り方のきまりを見つけ、なぜそういなるのか説明しようとする力（学びに向かう力）

・落ちや重なりがないように分類・整理して、順序よく列挙できるようにする力（知識・技能）

・表や図にまとめ、段数と登り方にきまりがあることを見つける力（思考力・表現力等）

・段数と登り方のきまりは、前の段を（N-1）段などと考えることにより、プログラミング的思考のNの繰り返し処理であることに気づく力

知識・技能

・落ちや重なりがないように分類・整理して，順序よく列挙できるようにする力

思考力・判断力・表現力

・表や図にまとめ、段数と登り方にきまりがあることを見つける力

・段数と登り方のきまりは、前の段を（N-1）段などと考えることにより、プログラミング的思考のNの繰り返し処理であることに気づく力

学びに向かう力

・段数と登り方にきまりを見つけ、なぜそうなるのかを説明しようとする力

* 指導にあたって

（１）児童観

小学校において、場合の数は、求める方法（順列、組み合わせ）を指導するのではなく、具体的な事実に即して、落ちや重なりがないように分類・整理して、順序よく列挙できるようにすることがねらいである。式で求める方法ではなく、図や表で表すよさを理解させながら、起こり得る全ての場合を確実に数えるための工夫に重点を置きたい。
　場合の数の活用の時間とし、「階段の登り方は何通りあるか」を考えさせる。登り方は１段ずつ、２段ずつの２通りの方法がある。例えば３段ならば、（１、１、１）（１、２）（２、１）と３通りある。段数が増えていくにつれ、通りも増える。まずは、落ちや重なりがないように列挙するために、最初に１段登った時、２段登った時で分類する（写真１）ことが考えられる。また、２段が何回入っているかで分類する児童も出てくるだろう。段数と増やし、「５段だったら何通りになるだろう」と共通課題を提示する。そこで、図や表にして表す児童を取り上げ、調べ方を発表させる。
段数を増やし、６段だったらを考える。調べるのは大変なので、何かきまりがないか調べる児童が出てくるだろう。もし６段を求めるなら５段の通り＋４段の通りで求めることができる。そして７段だったら、８段だったらとさらに段数を増やしても、見つけたきまりで求めることは容易である。
　この数の並びはフィボナッチ数列になっていて、それを発見して授業を終えることがほとんどである。しかし、児童の中には「本当にそうなるのか」「なぜそうなるのか」と疑問に思う。実際に８段を図に表すと３４通りあるので容易でない。まして、「なぜ」の
追究まで及ばない。そこで、プログラミングを利用し、コンピューターで算出することで、視覚的にも確認できるようにしたい。また、プログラミングの示す図を使って、図を読み、「なぜ」を考え、説明できるようにしたい。

（２）教材観

本時には「登り方に３段ずつ登ったら」を入れて、前時の活用の時間としたい。もし５段ならば（４段＋３段＋２段）でもとめることができる。これを図や表で説明した後、これを証明するためのプログラミングコードを考えて作ってみようという活動をしたい。
１段登れる時、１・２段登れる時のコードを参照しながら、１・２・３段の場合を考える。

（３）指導観

自主的・主体的な学び

問題解決的な学び

協働的な学び

学習指導計画

|  |  |
| --- | --- |
| 時間数 | タイトル |
| 第1次 階段の登り方 |
| 1時間目 | 登り方が、1、2段ずつの場合 |
| 2時間目 | 登り方が、1，2，3段ずつの場合（本時） |

本時の学習（1 / 2時間）

 登り方が、1、2段ずつの場合　45分

１）本時のねらい

 ・階段の登り方を整理して、順序よく列挙することができる。（知識・技能）

 ・きまりを見つけ、図や表できまりを説明することができる。（思考・表現）

２）新学習指導要領上の位置付け

３）本時の評価基準

|  |  |
| --- | --- |
| 十分 | 4段の階段を登るとき、登り方が1、2段ずつの場合の登り方を、落ちや重なりがないように分類・列挙できる |
| 概ね | 4段の階段を登るとき、登り方が1、2段ずつの場合の登り方を1つ以上列挙できる |
| 要努力 | 4段の階段を登るとき、登り方が1段ずつの場合の登り方を列挙できる |

４）準備・指導等

・スクラッチテンプレート

・063\_1\_小6算数\_場合の数\_階段の登り方(1段ずつ）\_20191130.sb3　https://scratch.mit.edu/projects/297205603/editor/

・063\_2\_小6算数\_場合の数\_階段の登り方(1、2段ずつ）\_20191130.sb3　https://scratch.mit.edu/projects/297206084/editor/

・063\_3\_小6算数\_場合の数\_階段の登り方(1、２，３段ずつ）\_20191130.sb3　https://scratch.mit.edu/projects/297206441/editor/

５）本時の展開

【１．学習課題を把握する（5分）】

（目的）

階段の登り方の意味を理解する

（評価／指導・支援）

・児童の質問に応答し、問題の把握を促す

（板書計画）

（児童）

・C：何段あるの
C：普通に登るだけ？

【２．条件を把握する（10分）】

（目的）

登り方は１段ずつ、２段ずつ（１段飛ばし）の２つの登り方の組み合わせをして良い、ということを理解させる

（評価／指導・支援）

・条件を把握している

・樹形図を描いたり、表にまとめたりして順序よく調べられている（知識・技能）

・1段、2段、3段、…と、順番に考えて、自分なりの表現で考えたことを書き出し、きまりを見つけようとしている（思考力・判断力・表現力）

・全体で問題を把握する

・4段と想像した気持ちを考え、調べ方を発表させる。
5段の時を共通課題とする。
図や表などを板書する。
調べる活動だが、きまりを発見したらノートに書かせる

（板書計画）

（児童）

・T：例えば1段だったら…
C：1通り？
T：2段だったら、3段だったら…
T：次は？
C：4段だったら？
C：4通りだ！だってね…
C：５通りだった。
C：じゃあ次は5段だね。

【３．ノートに考え方を書き、求める（15分）】

（目的）

求めたい段数の通り＝１つ前と２つ前の通りの和であることに気づかせる

（評価／指導・支援）

・求めたい段数の通り＝１つ前と２つ前の通りの和であることを理解している

・実際にコンピューターで確認させる

（板書計画）

（児童）

・C：次は６段だけど、大変だな。
（きまりを理解する）
T：じゃあ、7段、8段は？
C：きまりを使えば調べなくともわかるよ。
C：すごい、かんたんにわかる！

【４．なぜこのきまりが成り立つのか考えよう（10分）】

（目的）

見つけたきまりが成り立つ理由を説明させる

（評価／指導・支援）

・コンピューターで出てきた図や自分たちの図を使って、きまりが成り立つ理由を説明することができる（思考力・表現力）

・プログラミングででてきた図を参考に考えさせる

（板書計画）

（児童）

・T：なぜ求めたい段は、前とその前をたせばいいの？
C：むずかしいな。
C：前の段とその前の段の図をみたら・・・

【５．まとめ（5分）】

（目的）

見つけたきまりを確認する。
次回は、そのきまりが成り立つ理由を考えるということを予告する。

（評価／指導・支援）

（板書計画）

（児童）

６）指導のポイント

場合の数を、自分なりの表現で書き出してみること

登り方が1段ずつの場合、1段ずつと2段ずつの場合、と簡単なものから考えていく習慣をつけることが大切である。
本時では、1段ずつと2段ずつの2通りの登り方があるとき、階段の段数を１，２，３，４段・・・と増やしながら、それぞれの登り方の場合の数を考えさせている。
図で書き出すときには、階段の絵を描いて具体的に表現しようとする児童もいれば、スクラッチファイルの図示のように、矢印に抽象化して考える児童もいる。矢印の向きについても、縦もいれば、横もいる。本時においては、まず、各自の考えやすい図表現で表示させた後に、スクラッチ教材の図表示に帰着させ、クラス全体が同じ図表示をもとに考えることにしている。

７）評価のポイント

登り方が1段ずつ、2段ずつのとき、5段の階段の登り方が数え上げられるか？

自分なりの表現で、5段の階段の登り方が何通りかを求める方法について、説明できるかどうかが評価のポイントになる。
樹形図で考える方法は、6年生にはわかりやすい。1段めからスタートして、全部を1段ずつにする場合、（1,1,1,1,1）と表現したとすると、（　　）内の数字の和が５になるような、１と２の組み合わせを求めればいい。
（2,1,1,1),(1,2,1,1),(1,1,2,1),(1,1,1,2),/(2,2,1),(2,1,2),(1,2,2) と全部で8通りを書きだすことができる。
もうひとつの方法、求めたい段数の通り＝1つ前と2つ前の通りの和であることを数列として見つければ、3+5=8と場合の数はわかるのだが、なぜ、このきまりが成り立ち、どう図示されるのかがわからない。「次の時間でその理由を考えよう」というところで、本時は終了する。

本時の学習（2 / 2時間）

 登り方が、1，2，3段ずつの場合（本時）　45分

１）本時のねらい

 ・１・２段ずつの登りの考えを使って、１・２・３段ずつになったらを考え、求めることができる

 ・プログラミングのコードを読み、１・２・３段ずつのコードを考えることができる

２）新学習指導要領上の位置付け

３）本時の評価基準

|  |  |
| --- | --- |
| 十分 | 1段ずつ、2段ずつ、3段ずつの登り方について、1段ずつ、2段ずつの登り方を描画するプログラムのどこを修正すればいいのか、修正箇所と修正内容を示すことができる |
| 概ね | 1段ずつ、2段ずつの登り方のきまりの理由を説明でき、そのきまりをもとに、1段ずつ、2段ずつ、3段ずつの登り方についても、きまりを見つけることができる |
| 要努力 | 1段ずつ、2段ずつの登り方のきまりを、式で示すことができる |

４）準備・指導等

・スクラッチテンプレート

・063\_1\_小6算数\_場合の数\_階段の登り方(1段ずつ）\_20191130.sb3　https://scratch.mit.edu/projects/297205603/editor/

・063\_2\_小6算数\_場合の数\_階段の登り方(1、2段ずつ）\_20191130.sb3　https://scratch.mit.edu/projects/297206084/editor/

・063\_3\_小6算数\_場合の数\_階段の登り方(1、２，３段ずつ）\_20191130.sb3　https://scratch.mit.edu/projects/297206441/editor/

５）本時の展開

【１．課題の把握をする（10分）】

（目的）

前時の復習と本時の課題「1段ずつ、2段ずつ、3段ずつのぼることができるとき、階段の登り方は何通りありますか、をの内容を理解しているか」の提示
・実際に何通りなのかを求めさせる（前時の図を使って考えさせる）
・きまりがわかったら、板書する

（評価／指導・支援）

・前時に考察した、1段ずつ、2段ずつの登り方について、理解し、なぜそのきまりが成り立つのか説明できるかか。

・本時の課題：1段ずつ、2段ずつ、3段ずつのぼることができるとき、階段の登り方は何通りありますか、をの内容を理解しているか

（板書計画）

（児童）

・T：前回は１．２段ずつののぼり方で考えたけど、今日は発展させるよ。
C：３段ずつもはいるのかな？
C：100段だったら、とか？

・T：１段だったら、２段だったら…
C：３段は前回より１通り増えている。
C：３段ずつが加わったからだね
T：４段だったら何通りになりますか。
C：前回と同じで２段と３段をたすんじゃない。
C：３段ずつが入ったから違うんじゃない。
T：求めてみましょう。
C：７通りになった。
C：６通りじゃなかったね
C：もしかしたら…。

【２．課題を発展させる（10分）】

（目的）

1，2，3段ずつの登り方で、階段５段の登り方は何通りか？を考える

（評価／指導・支援）

・図や表を使って、５段を登るときの登り方を求めることができる

・前学習したきまりをもとに、予想をたてるように促す

（板書計画）

（児童）

・T：５段だったら何通りですか。
C:１３通りだとおもう。だってね…
C:やっぱりそうだ。

【３． プログラミングのコードを読む（15分）】

（目的）

1段ずつと、1・2段ずつのプログラムを見て、変わっているところ、そうでないところを確認し、1・2・3段ずつの登り方を求めるには、変わっているコードがどのように変化するのかを考えさせる。

（評価／指導・支援）

・図や表を使って、５段を登るときの登り方を求めることができる。

・1段ずつだけのときに比べて、1，2段ずつに増えたときに、何が変化したのか？と問いかける。
じゃあ、1，2段ずつの登り方から、1，2，3段ずつの登り方になったら、どこが変化するのかな？と考えを深められるように促す。

・１段ずつと１・２段ずつの場合の数を求めるスクラッチ教材のプログラムコードが書かれた用紙を配付する

（板書計画）

（児童）

・T：変わっているところと変わっていないところはどこですか。
C：N＝１だったらはどちらにもある。
C：２段ずつだからN=２があるのかな。

【４．プログラミングのコードを作る（10分）】

（目的）

考えたことを、コンピュータに命令するコードに変換する

（評価／指導・支援）

・コードの意味を確認しながら、1・2段ずつのプログラムのどこを修正したり加筆したりすればいいのか、書き込むことができる

・1段ずつのときと、1・2段ずつのときとで、変わっているところはどこかな？
1・2段ずつのときと、1・2・3段ずつのときとでは、その部分を増やせばいいのではないかな？

（板書計画）

（児童）

・T：では、実際に１・２・３段ずつのぼるのぼり方を予想して作ってみましょう。

６）指導のポイント

1・2段ずつの登り方のきまりを使って、1・2・3段ずつの登り方のきまりを予想し、プログラムを修正する

1・2段ずつの登り方が、前（n-1)の段の登り方+その前（n-2)の段の登り方で求められるのなら、1・2・3段ずつの登り方は、前（n-1)の段の登り方+その前（n-2)の段の登り方+その前の前（n-3)の段の登り方の求められるのではないか？と予想すること、そして、その考えをコンピュータに命令するには、1・2段ずつの登り方を表示するプログラムのどこを変えればいいのか、を考えさせることが、指導のポイントである。
ここでは、アルゴリズムの理解を促すのではなく、まず1段ずつの場合と1・2段ずつの場合の違いを見つけ、次に、1・2段ずつの場合のどこにどういう命令を追加すればいいのかを考えさせるようにした。

７）評価のポイント

１・２段ずつの登り方のきまりを使って、１・２・３段ずつの登り方も求められるか？

例えば4段の階段を、１・２段ずつの登り方で登るときには、樹形図で考えれば(1,1,1,1),(2,1,1),(1,2,1),(1,1,2),(2,2)の5通りある。
別の解法としては、数列のきまりから、（前の段の登り方の数）と（その前の段の登り方の数）の和で求めることもできる。2段の登り方は2通り、3段の登り方は3通りなので、それらの和は5通りになる。このとき、どうしてこのきまりが成り立つのかを考えさせることが、本時の前半のポイントである。
「2段＋3段＝4段」になっていることを、数列のきまりだけでなく、どういう意味なのかを考えさせることが大切である。
4段の登り方の数は、「2段の登り方に2段ずつ（赤い矢印）を加え、3段の登り方に1段ずつ（紫の矢印）を加えればいい」と気づけるかどうか？ここに気づくと、5段の登り方も予想することができ、式と図を対応させて、式が成り立つ意味がわかるようになる。